الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية البيّض

# المنافسات الوطنية العلمية و الأدبية في مرحلة التعليم الثانوي

الدورة الولائية فبراير 2015

| المستوى : الثالثة ثانوي | **المادة : رياضيــــيات** | المــدة : 03 ساعات |
|---|---|---|

**التمرين الأول:** (5 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1. نعتبر النقطة $A$ ذات الإحداثيات $(-2;8;4)$ و الشعاع $\vec{u}$ الذي إحداثياته $(1;5;-1)$.

أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(d)$ الذي يشمل النقطة $A$ والموجّه بالشعاع $\vec{u}$.

2. نعتبر المستويين $(P)$ وَ $(Q)$ المعيّنين ديكارتيا بمعادلتيهما على الترتيب: $x-y-z=7$ وَ $x-2z=11$.

أ) بيّن أن المستويان $(P)$ وَ $(Q)$ متقاطعان، وأعط تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما $(d')$.

ب) بيّن أن المستقيم $(d')$ موجّه بالشعاع $\vec{u}'$ الذي إحداثياته $(2;1;1)$.

3. بيّن أن المستقيمان $(d)$ وَ $(d')$ ليسا من نفس المستوي.

4. نعتبر النقطة $H$ ذات الإحداثيات $(-3;3;5)$ وَ النقطة $H'$ ذات الإحداثيات $(3;0;-4)$.

أ) تحقق أن $H$ نقطة من $(d)$ وأن $H'$ نقطة من $(d')$.

ب) بيّن أن المستقيم $(HH')$ يعامد كل من المستقيمين $(d)$ وَ $(d')$.

ج) استنتج المسافة بين المستقيمين $(d)$ وَ $(d')$.

5. عيّن مجموعة النقط $M$ من الفضاء والتي تحقق: $\overrightarrow{MH'}.\overrightarrow{HH'}=126$

**التمرين الثاني:** (7 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

تمثّل في رسم النقط التي نلتقي معها خلال التمرين.

1. أ) حل في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z\sqrt{3}+4=0$ ......... :$(E)$

ب) نعتبر العددين المركبين $z_1=\sqrt{3}+i$ وَ $z_2=\sqrt{3}-i$ ونعتبر النقطتين $M$ وَ $N$ ذات اللاحقتين $z_1$ وَ $z_2$ على الترتيب.

عيّن الطويلة وعمدة لكل من العددين $z_1$ وَ $z_2$.

ج) عيّن لاحقتي النقطتين $P$ وَ $Q$ صورتي النقطتين $M$ وَ $N$ على الترتيب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{w}=-2\vec{u}$ .
بيّن أن الرباعي $MNQP$ مربع.

2. نعتبر $R$ نظيرة النقطة $Q$ بالنسبة للنقطة $O$، وَ $E$ صورة النقطة $Q$ بالدوران الذي مركزه $O$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$،
وَ $S$ صورة النقطة $E$ بالتحاكي الذي مركزه $O$ ونسبته $\sqrt{3}$ .

أ) ضع النقط $R$ ، $E$ وَ $S$ في الشكل السابق.

ب) احسب لاحقتي كل من النقطتين $R$ وَ $S$، وبين أن النقطة $S$ تنتمي إلى القطعة المستقيمة $[MN]$ .

3. نضع: $\alpha=2-\sqrt{3}$

أ) بيّن أن: $1+\alpha^2=4\alpha$ وَ $1-\alpha^2=2\alpha\sqrt{3}$ .

ب) عبّر عن اللاحقة $Z$ للشعاع $\overrightarrow{QR}$ وَ اللاحقة $Z'$ للشعاع $\overrightarrow{QS}$ بدلالة $\alpha$ .

ج) بيّن أن: $|Z|=|Z'|$ وَ $\frac{Z}{Z'}=e^{i\frac{\pi}{3}}$، ثم استنتج طبيعة المثلث $QRS$ .

**التمرين الثالث: (8 نقط)**

I. نعتبر الدالة $g$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالدستور: $g(x)=1-x+e^{x-2}$

1. بيّن أن الدالة $g$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ثم احسب $g'(x)$ .

2. عيّن اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكّل جدول تغيراتها. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بالدستور: $f(x)=x-1+xe^{2-x}$
وَ $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1. أحسب $\lim\limits_{+\infty} f(x)$ وَ $\lim\limits_{-\infty} f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{+\infty}[f(x)-x+1]$ وفسّر هندسيا النتيجة.

2. بيّن أن الدالة $f$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x-2}}$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على $\mathbb{R}$، ثم شكّل جدول تغيراتها.

4. بيّن أن النقطة ذات الفاصلة 2 هي نقطة انعطاف للمنحني $(C_f)$ .

5. بيّن أن المنحني $(C_f)$ يقبل مماسا $(\Delta)$ معامل توجيهه 1 يطلب إعطاء معادلة له.

6. بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا $\alpha$ في المجال $]0{,}1\,;0{,}2[$ .

7. ارسم $(\Delta)$ وَ $(C_f)$ .

8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة $\frac{x}{e^{x-2}}=1+m$ .

9. نعتبر الدالة $h$ المعرّفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بالدستور: $h(x)=(x-1)(1+e^{3-x})$ وَ $(C_h)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

أ) بيّن أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $h(x)=f(x-1)+1$ .

ب) استنتج طريقة لإنشاء المنحني $(C_h)$ انطلاقا من المنحني $(C_f)$، ثم ارسمه (في نفس المعلم السابق).